Лекция 1. Множества и символы.

Дать определение понятию **"множество"** вообще говоря невозможно без использования слов-синонимов для этого слова, таких как *"совокупность", "объединение" и т.п.* Именно из-за этого понятие множество в математике относят к первичным, изначально ясным, неопределенным понятиям. Говоря, например, о множестве учеников в классе, каждый человек отдает себе отчет, о чем идет речь.

Множества, как правило, обозначают большими латинскими буквами: *A, B, C, X ...* . Множество состоит из элементов (элементы мы будем обозначать маленькими латинскими буквами: *a, x, c, ...*). Запись $a \in X$ означает, что элемент *a* является элементом множества *X* (читают "*a* принадлежит *X*"). Аналогично $b \notin X$ означает, что элемент *b* не принадлежит множеству *X*. Два множества считают равными (пишут *A=B*), если они состоят из одинаковых элементов.

Символом $\emptyset$ обозначают пустое множество, т.е. множество, которое не содержит элементов вообще.

Задать множество можно, перечислив все его элементы:
$A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$.

Другим способом задания множества является указание условия P (предиката), которому удовлетворяет любой элемент данного множества и только элементы этого множества:
$A = \{x | P\}$.

Пример 1.
Пусть $A = \{x | x^2 - x = 0\}, B = \{0, 1\}$. Можно записать *A* = *B*.

Объединением множеств *A* и *B*, называется множество $A \cup B$, каждый элемент которого принадлежит либо множеству *A*, либо множеству *B*:
$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$.

Пересечением множеств *A* и *B*, называется множество $A \cap B$, каждый элемент которого принадлежит одновременно множеству *A* и множеству *B*:
$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$.

Разностью множеств *A* и *B*, называется множество $A \setminus B$, каждый элемент которого принадлежит *A* и не принадлежит множеству *B*:
$A \setminus B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$

Если любой элемент из множества *A* также является элементом множества *B*, то говорят, что *A* является **подмножеством** множества *B*, и записывают $A \subset B$.

Пример 2. Пусть $A = \{a, b, c, u\}, B = \{c, u, v, w\}, C = \{a, b, u\}$, тогда:

$A \cup B = \{a, b, c, u, v, w\}, A \cap B = \{c, u\}, A \setminus B = \{a, b\}, A \cap B = \{c, u\}$

$B \setminus A = \{v, w\}, B \setminus C = \{c, v, w\}, C \subset A, c \in A, \{c\} \subset A.$

Изучение и применение математики немыслимо без использования специальных символов. С помощью таких символов удается сложные формулировки и доказательства записывать в сжатом, компактном виде. Многие арифметические символы Вам уже известны из средней школы, однако по мере надобности будем вводить новые.

В формальной записи формулировок теорем и доказательств часто используются следующие символы:

- $\forall$- означает *"любой", "для любого".* Запись $\forall x P$ читают так: "для любого *x* выполняется *P*".
- $\exists$ - означает *"существует", "найдется".* Запись $\exists x P$ читают как "существует *x*, для которого выполняется *P*".
- $\Longrightarrow$ - символ следования, *импликация*. Запись $P \implies Q$ читают как "из *P* следует *Q*".
- $\Leftrightarrow$ - равносильность. Запись $P \Leftrightarrow Q$ читают как "*P* выполняется тогда и только тогда, когда выполняется *Q*".

В нашем курсе часто приходится строить высказывание, противоположное некоторому утверждению. Для этого используют следующее правило.

<u>Правило Де Моргана.</u> Пусть формальная запись высказывания *P* содержит символы $\forall$, $\exists$, (в любом порядке и количестве) и заключение *Q*. Для построения формулы высказывания "*не P*", противоположного высказыванию *P*, нужно заменить каждый символ $\forall$ на $\exists$, $\exists$ на $\forall$, *Q* на "*не Q*".